GdR 3273 MOA

Mathématiques de l'Optimisation et Applications

Journées annuelles 2014

Du 3 au 5 décembre 2014

Laboratoire XLIM

XLIM-DMI, Université de Limoges

www.xlim.fr

gdrmoa.math.cnrs.fr

Présentation du GdR

Le GdR Mathématiques de l'Optimisation et Applications a pour vocation de regrouper un nombre important de chercheurs français, sur les aspects les plus divers de l'optimisation et de la programmation mathématique :

> *optimisation numérique, algorithmes d'optimisation, pratique de l'optimisation numérique et développement logiciel, analyse convexe et quasi-convexe, analyse variationnelle et analyse non lisse, calcul des variations, commande optimale déterministe de systèmes de dimension finie ou infinie (dynamique de populations, équations aux dérivées partielles), inéquations variationnelles et problèmes de complémentarité, systèmes dynamiques non-réguliers, programmation stochastique et contrôle stochastique, programmation robuste, programmation semi-définie, programmation conique,*

et d'en développer les applications et les interactions, notamment dans les domaines suivants :

> *traitement de l'image et du signal, aide à la décision, économie, théorie des jeux, finance, gestion des risques, aéronautique, automatique, mécanique rationnelle, mécanique des milieux continus, mécanique statistique, transport, optimisation de formes.*

Afin de tenir compte des évolutions des recherches et applications potentielles dans le domaine de l'optimisation, de nouveaux thèmes seront développés au sein du GdR. Il s'agit en particulier de :

> *optimisation polynomiale et semi-algébrique, représentation semidéfinie des ensembles convexes, problème généralisé des moments, application de l'optimisation au domaine de l'énergie, application en imagerie, apprentissage statistique.*

Bureau du GdR

Responsable administratif :

- Didier Aussel, Université de Perpignan Via Domitia, Perpignan

Responsables scientifiques :

- Samir Adly, Université de Limoges
- Didier Aussel, Université de Perpignan
- Patrick Louis Combettes, Université Pierre et Marie Curie, Paris
- Jean-Bernard Lasserre, LAAS-CNRS, Toulouse
- Jérome Malick, CNRS, Laboratoire J. Kunztmann, Grenoble

Programme

Mercredi 3 décembre 2014 après-midi	
13h30	*Ouverture*
	Modérateur : Samir ADLY
14h	Conférence plénière : **Hedy ATTOUCH** (Université Montpellier 2) « Une méthode proximale pour les inclusions monotones dans les espaces de Hilbert, avec la complexité $O(1/n^2)$ »
15h	**Charles DOSSAL** (Université de Bordeaux) « Convergence faible des itérés de FISTA »
15h30	**Taron ZAKARYAN** (Institut de mathématiques de Bourgogne) « Convergence des sous-différentiels et des cônes normaux dans un espace de Banach localement uniformément convexe »
16h	*Pause-café*
	Modérateur : Didier AUSSEL
16h30	**Zheng CHEN** (Université Paris Sud) « Minimisation L^1 en mécanique spatiale »
17h	**Maxime CHUPIN** (LJLL, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6) « Transfert interplanétaire à consommation faible »
17h30	**Sylvain PRIGENT** (INSA – ISAE - AIRBUS) « Application d’une méthodologie d’optimisation robuste à la conception d'avion »
18h	**Pierre BONNELIE** (XLIM, Université de Limoges) « Formes libres pour les trajectoires optimales »

Jeudi 4 décembre 2014 matin	
	Modérateur : Hedy ATTOUCH
9h	Conférence plénière : **Juan Enrique MARTINEZ-LEGAZ** (Universitat Autonoma de Barcelone) « Motzkin decomposability and predecomposability »
10h	**Patrick COMBETTES** (Université Pierre et Marie Curie - Paris 6) « Une processus itératif stochastique et ses applications à l'éclatement d'opérateurs par blocs de variables »
10h30	*Pause-café*
	Modérateur : Dominique AZÉ
11h	**Jean-Noël CORVELLEC** (Université de Perpignan Via Domitia) « Bornes d'erreur locales non linéaires via un changement de métrique »
11h30	**Jingwei LIANG** (GREYC, ENSICAN, Université de Caen) « Régularité partielle, indentifiabilité et convergence linéaire locale de l'algorithme explicite-implicite et variantes »
12h	**Quang Van NGUYEN** (Université Pierre et Marie Curie - Paris 6) « Une méthode d'éclatement non quadratique »
Jeudi 4 décembre 2014 après-midi	
	Modérateur : Michel THÉRA
14h	Conférence plénière : **Emmanuel TRÉLAT** (Université Pierre et Marie Curie - Paris 6) « Observation optimale d'équations aux dérivées partielles »
15h	**Dominique AZÉ** (Institut mathématiques de Toulouse) « Bornes d'erreur non linéaires via un changement de fonction »
15h30	**Boushra ABBAS** (Université Montpellier 2) « Systèmes dynamiques et algorithmes forward-backward »
16h	*Pause-café*
	Modérateur : Jean-Noël CORVELLEC
16h30	**Fabien PIERRE** (IMB, LaBRI, Université de Bordeaux) « Modèle variationnnel pour la colorisation d'image »
17h	**Noé BIHENG** (Université Paris 1) « Économies régulières et aversion à l'ambiguïté »
17h30	**Pierre JOURNIEAUX** (LJLL, Université Pierre et Marie Curie – Paris 6) « Optimisation du placement des capteurs pour l'imagerie médicale »
18h	**Francisco SILVA** (XLIM, Université de Limoges) « Analyse du second ordre en contrôle optimal d'équations paraboliques »
19h	**Repas de gala** Restaurant « Les tables du bistrot », 7 Rue du Grand Theil, Limoges, 05 55 37 59 59

Vendredi 5 décembre 2014 matin	
	Modérateur : Juan Enrique MARTINEZ-LEGAZ
9h	Conférence plénière : **Luis Nunes VICENTE** (Université de Coimbra, Portugal) « Direct search based on probabilistic descent »
10h	**Dominikus NOLL** (Université de Toulouse) « Convergence locale de la méthode des projections alternées »
10h30	*Pause-café*
	Modérateur : Emmanuel TRÉLAT
11h	**Loic BOURDIN** (XLIM, Université de Limoges) « Principe du maximum de Pontryagin pour des problèmes de contrôle optimal non-linéaires définis sur time scale »
11h30	**Cristopher HERMOSILLA** (INRIA Saclay & ENSTA ParisTech) « Principes d'optimalité et l'approche HJB pour le problème de Mayer sous contraintes d'état »
12h	**Moussa BARRO** (Université d'Avignon) « Autour de la régression robuste »

RÉSUMÉS DES PRÉSENTATIONS

Une méthode proximale pour les inclusions monotones dans les espaces de Hilbert, avec la complexité $\mathcal{O}(1/n^2)$.

H. ATTOUCH
I3M UMR CNRS 5149, Université Montpellier II

Cette présentation s'appuie sur un article récent, en collaboration avec M. Marques Alves et B.F. Svaiter (IMPA, Rio, Brésil). Dans un cadre hilbertien, nous introduisons un nouveau système dynamique, et les algorithmes associés, visant à résoudre par des méthodes rapides, les inclusions monotones. Etant donné un opérateur maximal monotone A, la dynamique est régie par la famille d'opérateurs dépendant du temps $I - (I + \lambda(t)A)^{-1}$, où, dans la résolvante, $\lambda(t)$ est un paramètre positif qui tend vers l'infini lorsque $t \to +\infty$. Le réglage précis de $\lambda(\cdot)$ est fait en boucle fermée, par résolution de l'équation algébrique $\lambda\|(I + \lambda A)^{-1}x - x\| = \theta$, où θ est une constante positive donnée. Nous prouvons l'existence et l'unicité d'une solution globale forte pour le problème de Cauchy correspondant, et la convergence faible des trajectoires vers des équilibres. Lorsque $A = \partial f$ est le sous-différentiel d'une fonction convexe semi-continue inférieurement f, nous montrons une propriété de convergence en $\mathcal{O}(1/t^2)$ de $f(x(t))$ vers la valeur minimale du problème. Puis, nous introduisons des algorithmes proximaux pouvant être obtenus naturellement par discrétisation en temps de la dynamique continue, et qui partagent les mêmes propriétés de convergence rapide. Comme traits distinctifs, nous permettons une erreur relative dans la résolution du sous-problème proximal, et un pas proximal grand. Pour les problèmes généraux de minimisation convexe, nous montrons que la complexité de notre méthode est $\mathcal{O}(1/n^2)$. Lorsque la fonction à minimiser est deux fois continuement différentiable, nous utilisons une seule itération de Newton pour résoudre l'étape proximale, et ainsi obtenir une méthode proximale-Newton qui a des propriétés de complexité similaires.

Convergence faible des itérés de FISTA

Charles Dossal
Université de Bordeaux, France

Antonin Chambolle
Ecole Polytechnique, France

Mots-clefs : Optimisation numérique,opérateurs proximaux, accélération de convergence, méthodes inertielles, FISTA

Le Fast Iterative Soft Thresholding (FISTA) est une accélération d'un algorithme proximal classique, le Forward Backward qui permet de minimiser une somme de deux fonctions convexes dont l'une est différentiable et à gradient Lipschitz. FISTA a été proposé par Beck et Teboulle en 2009 et permet d'atteindre une vitesse en $O(1/n^2)$ sur l'objective. Cependant à la différence de Forward-Backward, la convergence faible des itérés n'était pas démontrée.
L'objectif de cet exposé est de montrer qu'à condition de modifier légèrement les paramètres de FISTA initialement proposés par Beck et Teboulle on peut assurer la convergence faible des itérés tout en conservant la même vitesse asymptotique sur l'objective.

Références

[1] ALVAREZ AND ATTOUCH, *An inertial proximal method for maximal monotone operators via discretization of a nonlinear oscillator with damping* , Set-Valued Analysis, 2001.

[2] BECK AND TEBOULLE, *A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems*, SIAM J. Imaging Sci., 2009

[3] LORENZ AND POCK, *An inertial Forward-Backward Algorithm for Monotone Inclusions*, J. Math. Imaging Vision, 2014

Convergence des sous-différentiels et des cônes normaux dans un espace de Banach localement uniformément convexe

Taron Zakaryan
Université de Bourgogne, France

Lionel Thibault
Université Montpellier 2, France

Mots-clefs : Attouch-Wets convergence, Mosco convergence, proximal normal cone, proximal subdifferential, Mordukhovich limiting normal cone, Mordukhovich limiting subdifferential, subsmooth sets, subsmooth functions.

On s'intéresse à la stabilité des cônes normaux et des sous-différentiels via deux types de convergence d'ensembles et de fonctions : La convergence au sens de Mosco et celle d'Attouch-Wets. Les résultats obtenus peuvent être vus comme une extension du théorème d'Attouch aux fonctions non nécessairement convexes sur des espaces de Banach localement uniformément convexes.

Références

[1] H. Attouch, *Variational convergence for functions and operators*, Applicable Mathematics Series, Pitman, London (1984).

[2] A. Levy, R.A. Poliquin and L. Thibault, *A partial extension of Attouch's theorem and its applications to second-order differentiation*, Trans. Amer. Math. Soc. 347 (1995), 1269-1294.

[3] X.Y. Zheng and Z. Wei, *Convergence of the associated sequence of normal cones of a Mosco convergent sequence of sets*, SIAM J. Optim. 22 (2012), no. 3, 758-771.

Minimisation $\mathbf{L}^1$ en mécanique spatiale

Zheng Chen
Univ. Paris-Sud & CNRS, France

Jean-Baptiste Caillau
Univ. Bourgogne & CNRS / INRIA, France

Yacine Chitour
Univ. Paris-Sud & CNRS, France

On observe un regain d'intérêt pour les missions spatiales à faible propulsion électro-ionique (voir par exemple le programme Lisa Pathfinder à destination du point de Lagrange L_1 du système Soleil-Terre, ou BepiColombo vers Mercure). Les modèles contrôlés à deux ou trois corps fournissent un cadre adapté à l'étude de ces problèmes. L'objectif est de minimiser la consommation globale de l'engin spatial, ce qui revient à minimiser la norme $\mathbf{L}^1$ du contrôle. Les propriétés du flot extrémal sont encodées par la structure de Poisson générée par deux Hamiltoniens ; on observe non seulement le caractère creux des solutions —caractéristique de la minimisation en norme $\mathbf{L}^1$ —, mais aussi l'existence de trajectoires singulières, connue depuis les travaux de Robbins et Marchal à la fin des années 60, ainsi que de Zelikin et Borisov plus récemment. Des conditions d'optimalité du deuxième ordre pour extrémales brisées seront présentées, de même que les résultats numériques associés.

Transfert interplanétaire à consommation faible utilisation des propriétés du problème des trois corps

Maxime CHUPIN
LJLL-UPMC

Emmanuel TRÉLAT
LJLL-UPMC

Thomas HABERKORN
MAPMO-Orléans

Philippe Augros
Airbus-SD

Mots-clefs : Problème des trois corps, transfert interplanétaire, contrôle optimal, homotopie

Le travail en cours porte sur l'utilisation des propriétés dynamiques du problème des trois corps pour établir des missions interplanétaires à consommation faible. En effet, on montre l'existence d'orbites périodiques autour des points d'équilibre du système (appelés points de Lagrange). Des variétés invariantes sont issues de ces orbites périodiques et comme séparatrices, elles représentent des sortes de "courants gravitationnels".
L'idée est alors d'utiliser ces variétés pour réaliser des trajectoires à consommation faible (le suivi de ces "courants" se fait avec une commande nulle).
Si dans la littérature, ce type de problème a déjà était étudié, la plupart des résultats sont obtenus en poussée forte : on réalise un transfert de variété par un changement instantané de vitesse modélisé par un ΔV. Ici, nous nous intéresserons au cas de la poussée faible. La difficulté réside alors dans la réalisation de transfert de variété.
Nous montrerons comment les techniques de contrôle optimal (méthode de tir) ainsi que les méthodes d'homotopie nous permettent de réaliser de tels transferts et d'établir des missions interplanétaires à consommation faible.
Ce travail est réalisé en thèse CIFRE en partenariat avec le laboratoire Jacques-Louis Lions (UPMC), le MAPMO (Orléans) et Airbus-SD.

Références

[1] Grégory Archambeau. *Étude de la dynamique des points de Lagrange*. PhD thesis, Université Paris-sud XI, 2008.

[2] Thomas Haberkorn. *Transfert orbital à poussée faible avec minimisation de la consommation : résolution par homotopie différentielle*. PhD thesis, INPT, 2004.

[3] Wang Sang Koon, Martin W. Lo, Jerrold E. Marsden, and Shane D. Ross. *Dynamical Systems, the Three-Body Problem and Space Mission Design*. Springer-Verlag New York, LLC, 2006.

[4] Emmanuel Trélat, Ludovic Faubourg, and Bernard Bonnard. *Mécanique céleste et contrôle des véhicules spaciaux*. Springer, 2005.

[5] G. Archambeau, P. Augros, E. Trélat. *Eight-shaped Lissajous orbits in the Earth-Moon system.* MathS in Action 4 (2011), no. 1, 1–23.

[6] J.-B. Caillau, B. Daoud; J. Gergaud. *Minimum fuel control of the planar circular restricted three-body problem* Celestial Mech. Dynam. Astronom. 114 (2012), no. 1, 137-150.

Application d'une méthodologie d'optimisation robuste à la conception d'avion

Sylvain Prigent
INSA - ISAE - AIRBUS, Toulouse

A. Rondepierre[1] and P. Maréchal[2]
[1]IMT - INSA, [2]ISAE, Toulouse

Mots-clefs : Optimisation numérique, optimisation stochastique, programmation linéaire robuste, conception d'avion

Nous considérons l'optimisation robuste d'une conception préliminaire d'avion sous contraintes opérationnelles. Cette approche peut être considérée comme une alternative aux techniques d'optimisation sous contraintes probabilistes [2, 3, 4]. Le problème d'optimisation incertain a pour objectif une fonction affine, et certaines contraintes peuvent ne pas être affines. Ces dernières sont alors approchées, de manière conservative, par des contraintes affines, ce qui permet d'utiliser la machinerie de la programmation linéaire robuste [1]. La méthodologie proposée a été développée en essayant de rester le plus générique possible. Elle est présentée en partant de la modélisation du problème jusqu'aux exemples numériques. Enfin, les limitations de la méthode sont abordées ainsi que des pistes d'amélioration.

Références

[1] A. Ben-Tal, L. El Gahoui, and A. Nemirovski, *Robust Optimization*, Princeton University Press, May 2008.

[2] S. Prigent, M. Belleville, T. Druot, A. Rondepierre and P. Maréchal, *Chance constrained business case of a three-engines hybrid aircraft*, 10th World congress on structural and multi- disciplinary optimization, Orlando (FL), May 2013.

[3] L. Jaeger, *Optimisation multidisciplinaire sous incertitude en phase conceptuelle avion*, PhD report, Université de Toulouse III, October 2013.

[4] M. Padulo and M.-S. Liou, *A MinMax framework for robust design optimization*, 10th World congress on structural and multidisciplinary optimization, Orlando (FL), May 2013.

Formes libres pour les trajectoires optimales

Pierre Bonnelie
Université de Limoges, France

Olivier Ruatta
Université de Limoges, France

On présente une approche pour la génération de chemins des méthodes par homotopie pour la résolution d'un système (calcul de racines, calcul de valeurs propres, valeurs singulières, ...). Si l'ensemble des systèmes a une structure d'espace vectoriel, supposons que l'on veuille résoudre un système S_f, on commence à partir d'un système S_i que l'on sait résoudre et on le déforme jusqu'au système S_f. Une solution est l'homotopie linéaire : on suit le segment $[S_i; S_f]$. Cependant on risque de recontrer un problème plus mal conditionné que le système auquel on s'intéresse. L'idée est de ne pas se restreindre à des segments mais à des chemins, de sorte à éviter le plus possible les systèmes mal conditionnés.

Soit E un espace vectoriel et Σ un sous-ensemble de E (Σ représentant l'ensemble des systèmes mal conditionnés). On note $\mu(v) = dist(v, \Sigma)$, pour tout $v \in E$. Etant donnés S_i et $S_f \in E$, on cherche une courbe $\Gamma : [0; 1] \to E$ telle que

- $\Gamma(0) = S_i$ et $\Gamma(1) = S_f$
- Γ est le minimum de $\displaystyle\int_0^1 \mu(\Gamma(t))dt$ ou $\displaystyle\max_{t\in[0;1]} \mu(\Gamma(t))$ par exemple

Si E est un espace vectoriel de dimension finie, on peut définir des courbes de Bézier dans E. Ainsi un chemin Γ sera représenté par une courbe de Bézier et les variables du problème d'optimisation seront les points de contrôle de sorte à faire de l'optimisation en dimension finie plutôt qu'en dimension infinie.

Motzkin decomposability and predecomposability

Juan Enrique Martínez-Legaz
Universitat Autònoma de Barcelona, Spain

Mots-clefs : Motzkin decomposable sets, convex sets, convex cones.

Theodore Motzkin proved, in 1936, that every polyhedral convex set can be expressed as the (Minkowski) sum of a polytope and a polyhedral convex cone. This suggests the following definition: A nonempty set $F \subseteq \mathbb{R}^n$ is called Motzkin decomposable when it can be expressed as the Minkowski sum of a compact convex set with a closed convex cone. We provide several characterizations of such sets. The obtention of information about a given closed convex set from its Motzkin decomposition is also discussed. We pay special attention to characterizations of Motzkin decomposable sets involving truncations of F (i.e., intersections of F with closed halfspaces), when F contains no lines, and truncations of the intersection $\widehat{F}$ of F with the orthogonal complement of the lineality of F, otherwise. In particular, we show that a nonempty closed convex set F is Motzkin decomposable if and only if there exists a hyperplane H parallel to the lineality of F such that one of the truncations of $\widehat{F}$ induced by H is compact whereas the other one is a union of closed halfines emanating from H. Thus, any Motzkin decomposable set F can be expressed as $F = C + 0^+F$, the compact component C being a truncation of $\widehat{F}$. These Motzkin decompositions are said to be of type T when F contains no lines, i.e., when C is a truncation of $\widehat{F}$. We discuss the minimality of this type of decompositions.
We also consider the class of so-called Motzkin decomposable functions, that is, those functions whose epigraphs are Motzkin decomposable. In particular, we show that these functions attain their global minima if they are bounded from below.
Finally, we introduce and briefly study the class of Motzkin predecomposable sets, which consists of those nonempty convex sets that can be expressed as the Minkowski sum of a compact convex set with a (non necessarily closed) convex cone.

Références

[1] M. A. Goberna, E. González, J. E. Martínez-Legaz, M. I. Todorov, Motzkin decomposition of closed convex sets. *J. Math. Anal. Appl.* 364 (2010) 209-221.

[2] M. A. Goberna, J. E. Martínez-Legaz, M. I. Todorov, On Motzkin decomposable sets and functions. *J. Math. Anal. Appl.* 372 (2010) 525-537.

[3] M. A. Goberna, A. Iusem, J. E. Martínez-Legaz, M. I. Todorov, Motzkin decomposition of closed convex sets via truncation. *J. Math. Anal. Appl.* 400 (2013) 35–47.

[4] A. Iusem, J. E. Martínez-Legaz, M. I. Todorov: Motzkin predecomposable sets. J. Glob. Optim., DOI 10.1007/s10898-013-0097-3.

Une processus itératif stochastique et ses applications à l'éclatement d'opérateurs par blocs de variables

P. L. Combettes et J.-C. Pesquet

On étudie les propriétés des suites aléatoires quasi-fejériennes à valeurs dans un Hilbert. Les résultats sont appliqués à l'analyse du comportement asymptotique d'algorithmes de point fixe avec perturbations stochastiques et activation par blocs aléatoires des variables. Les résultats débouchent notamment sur des mises en œuvre «par blocs de variables» d'algorithmes d'éclatement d'opérateurs monotones. Ces résultats ouvrent des perspectives nouvelles pour les problèmes d'optimisation de taille gigantesque.

Bornes d'erreur locales non linéaires *via* un changement de métrique

Jean-Noël Corvellec
Université de Perpignan, France

Dominique Azé
Université de Toulouse III, France

Dans ce travail [1], nous améliorons l'approche développée dans [2] qui permet de ramener l'étude des bornes d'erreur non linéaires au cas linéaire, par un changement de métrique approprié. Cette amélioration, essentiellement technique, permet de traiter de façon adéquate les bornes d'erreur locales. Nous présentons des conséquences des résultats abstraits, dans le cadre de l'analyse non lisse classique : fonctions semi-continues inférieurement définies sur des espaces de Banach et opérateurs sous-différentiels.

Références

[1] D. AZÉ AND J.-N. CORVELLEC, *Nonlinear local error bounds* via *a change of metric*, preprint 2014.

[2] J.-N. CORVELLEC AND V. V. MOTREANU, *Nonlinear error bounds for lower semicontinuous functions on metric spaces*, Math. Program., Ser. A **114** (2008), 291–319.

Jingwei Liang, Jalal Fadili et Gabriel Peyr
GREYC, ENSICAEN, Université de Caen

L'algorithme proximal explicite-implicite et ses variants accélérées (e.g. inertielles) ont connu un essor considérable lors des dernières années dans plusieurs communautés au-delà de l'optimisation (e.g. signal, image, apprentissage, statistiques). Dans ce travail, nous considérons ses algorithmes pour la minimisation de la somme de deux fonctions propres, sci et convexes propres, dont l'une est à gradient Lipschitz et la seconde est partiellement régulière relativement à une variété active. Nous établissons: (i) une preuve de convergence unifiée de toutes ses variantes, (ii) l'identifiabilité de variété active en un nombre fini d'itérations, (iii) la convergence linéaire locale de ces algorithmes et nous caractérisons précisément ce régime. Nous illustrerons ces résultats sur plusieurs exemples en théorie du signal et en apprentissage.

Une méthode d'éclatement non quadratique

Patrick Louis COMBETTES
Université Pierre et Marie Curie, France

Quang Van NGUYEN
Université Pierre et Marie Curie, France

Mots-clefs : Distance de Bregman, méthode d'éclatement, optimisation convexe.

Nous proposons et démontrons la convergence d'une méthode d'éclatement non quadratique pour résoudre des problèmes d'optimisation convexes dans les espaces de Banach. Ce travail nécessite l'extension des techniques de métrique variable de [2] au cas des distances de Bregman [1]. Les résultats obtenus sont nouveaux, même dans le cas classique d'espaces euclidiens.

Références

[1] H. H. BAUSCHKE, J. M. BORWEIN, AND P. L. COMBETTES, *Bregman monotone optimization algorithms*, SIAM J. Control Optim., vol. 42, pp. 596–636, 2003.

[2] P. L. COMBETTES AND B. C. VŨ, *Variable metric quasi-Fejér monotonicity*, Nonlinear Anal., vol. 78, pp. 17–31, 2013.

Observation optimale d'équations aux dérivées partielles

Emmanuel Trélat
Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), France

Yannick Privat
Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), France

Enrique Zuazua
BCAM, Bilbao

Mots-clefs : Optimisation, observabilité, randomisation, EDP, chaos quantique

On étudie le problème d'optimiser la forme et la localisation de capteurs et de contrôleurs pour des systèmes d'évolution modélisés par des équations aux dérivées partielles. On considère des équations des ondes, de Schrödinger, et des systèmes paraboliques généraux (par exemple, chaleur, Stokes) sur un domaine Ω arbitraire, en toute dimension d'espace, et avec des conditions aux limites (s'il y a un bord) qui peuvent être de Dirichlet, de Neumann, mixtes, ou de Robin.
On rencontre fréquemment ce type de problème dans des applications où l'on cherche à maximiser la qualité de reconstruction des solutions, en utilisant seulement des observations partielles. Par exemple, on pose (et on répond à) la question informelle suivante:

Quelle est la forme et la localisation optimale d'un thermomètre ?

Du point de vue mathématique, par des considérations probabilistes, on modélise ce problème comme celui de maximiser une constante d'observabilité randomisée, parmi tous les sous-domaines de Ω ayant une mesure prescrite.
L'analyse spectrale de ce problème révèle des connexions étroites avec la théorie du chaos quantique. Plus précisément, on donne la solution de ce problème lorsque le domaine Ω vérifie des hypothèses d'ergodicité quantique appropriées.

Ces travaux (voir bibliographie) sont en collaboration avec Y. Privat (CNRS Paris 6) et E. Zuazua (BCAM Bilbao).

Références

[1] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA *Optimal shape and location of sensors for parabolic equations with random initial data*, to appear in Arch. Rat. Mech. Anal..

[2] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA *Optimal observability of the multi-dimensional wave and Schrödinger equations in quantum ergodic domains*, to appear in J. Europ. Math. Soc..

[3] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA *Complexity and regularity of maximal energy domains for the wave equation with fixed initial data*, to appear in Discrete Contin. Dyn. Syst..

[4] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA *Optimal location of controllers for the one-dimensional wave equation*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire **30** (2013), no. 6, 1097–1126..

[5] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA *Optimal observation of the one-dimensional wave equation*, J. Fourier Anal. Appl. **19** (2013), no. 3, 514–544..

Bornes d'erreur non linéaires via un changement de fonction

Dominique AZÉ
Institut de Mathématiques de Toulouse

Dans ce travail (en collaboration avec J.-N. Corvellec), on donne une caractérisation des bornes d'erreur non linéaires pour une fonction f à valeurs réelles étendues définie sur un espace métrique complet. Il est aussi établi que l'existence de ces bornes d'erreur est équivalentes à la propriété de Kurdyka-Lojasiewicz pour la foncion f. L'outil clé de cette étude est le calcul de la pente d'une fonction composée, ce qui permet de se ramener au cas linéaire.

Systèmes dynamiques et algorithmes forward-backward associé à la somme d'un sous différentiel convexe et d'un opérateur monotone cocoércive

Boushra ABBAS
Université Montpellier II

Dans un cadre Hilbertien, nous introduisons des systèmes dynamiques continues et discrètes qui visent à résoudre des inclusions monotones gouvernées par des opérateurs structurées $M = \partial\varphi + B$, où $\partial\varphi$ est le sous différentiel d'une fonction convexe, sci , propre φ, et B est un opérateur monotone cocoércive.
D'abord, nous considérons l'extension de la méthode de Newton régularisée pour les inclusions monotone qui est introduite dans [3] et développée dans [1] où A est la somme de sous différentiel d'une fonction convexe, sci, propre et le gradient d'une fonction convexe différentiable.
Puis, nous considérons les systèmes dynamiques naturellement liés, notamment le semigroupe des contractions générés par $-A$, et les méthodes du gradient projeté. On montre la convergence asymptotiques des trajectoires de ce Système.
La discrétisation en temps de ces dynamiques débouche sur de nouveaux algorithmes combinant les méthodes forward-backward.

Références

[1] B. Abbas, H. Attouch, Dynamical systems and forward-backward algorithms associated with the sum of a convex subdierential and a monotone cocoercive operator, Juin 2014 submitted.

[2] B. Abbas, H. Attouch, B. F. Svaiter, Newton-like dynamics and forward-backward methods for structured mono- tone inclusions in Hilbert spaces, JOTA, DOI 10.1007/s10957-013-0414-5, (2013).

[3] H. Attouch, B. F. Svaiter, A continuous dynamical Newton-Like approach to solving monotone inclusions, SIAM J. Control Optim., 49 (2011), pp. 574-598.

Modèle variationnnel pour la colorisation d'image.

Fabien Pierre
Université Montpellier II

Le colorisation d'image est un sujet qui s'applique notamment à la restauration de films anciens. De nombreuses méthodes ont été introduites pour résoudre ce problème. Nous proposons un modèle variationnel pour régulariser les résultats. Ce modèle étant non-convexe et non-lisse, on propose un algorithme primal-dual adapté à ce problème et qui converge vers un point critique.

Economies régulières et aversion à l'ambiguïté

Noé Biheng
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, France

Jean-Marc Bonnisseau
Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, France

Mots-clefs : Economie mathématique, Théorie de l'équilibre général, Ambiguïté

Nous considérons une famille d'économies d'échange dans laquelle les consommateurs ont des préférences dites *multiprior* représentant leur aversion à l'ambiguïté. Sous une hypothèse d'indépendance linéaire, nous démontrons que les économies régulières forment un ensemble générique. Ces économies jouissent des propriétés classiques: nombre fini impair de prix d'équilibre, constance locale de ce nombre, sélections locales de prix d'équilibres continûment différentiables.
Ainsi, en dépit de la non-différentiabilité des préférences *multiprior*, les propriétés classiques de l'approche différentiable de la théorie de l'équilibre général sont préservées.

Références

[1] Y. BALASKO, *Fondements de la Théorie de l'Equilibre Général*, Economica, 1988.

[2] B. CORNET, J.P VIAL, *Lipschitzian solutions of perturbed non linear problems*, SIAM Journal of control and optimization **24** (6), 1986.

[3] I. GILBOA, D. SCHMEIDLER, *Maxmin expected utility with non-unique prior*, Journal of Mathematical Economics **18**, 1989.

[4] A. MAS-COLELL, *The theory of general economic equilibrium: A differentiable approach*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.

Optimisation du placement des capteurs pour l'imagerie médicale

Pierre Jounieaux
Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France

Maïtine Bergounioux
Université d'Orléans, France

Antoine Laurain
Institut für Mathematik, Technical University Berlin, Allemagne

Yannick Privat
Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France

Mots-clefs : Observabilité, Equation des Ondes, Optimisation de formes, Modélisation.

La tomographie thermoacoustique est un procédé d'imagerie médicale ultra-sonore, non invasif encore peu développé qui est une alternative précise et plus économique à l'imagerie X. Dans [1] les auteurs modélisent les phénomènes thermiques et acoustiques en jeu dans ce procédé. C'est dans ce cadre que l'on propose une modélisation de l'influence de la forme et de la disposition des capteurs dans le problème de reconstruction de la densité des tissus. Plus particulièrement, il s'agira de construire une fonctionnelle de la forme des capteurs, rendant compte de la qualité de l'image obtenue. A la base de cette fonctionnelle se trouve la notion d'observabilité frontière, étudiée notamment dans [2]. On s'interessera ensuite à l'existence d'une disposition maximisant cette fonctionnelle, au travers de l'étude des conditions d'optimalité de ce problème d'optimisation.

Références

[1] M. Bergounioux, X. Bonnefond, T. Haberkorn, Y. Privat, *An optimal control problem in photoacoustic tomography*, to appear, M3AS, 2014.

[2] Pierre Jounieaux, Yannick Privat, Emmanuel Trélat, *Optimal boundary observation domain for the wave equation*, ongoing work.

Analyse du second ordre en contrôle optimal d'équations paraboliques

Francisco Silva
XLIM, Université de Limoges

Dans ce travail on considère le problème de commande optimale d'une équation parabolique semilinéaire avec contraintes sur la commande et l'état finale.
On étudie des conditions d'optimalité nécessaires et suffisantes du second ordre pour deux types de minimums: les minimums faibles et les minimums forts. On caractérisera la notion de croissance quadratique locale du coût pour les deux cas.

Direct Search Based on Probabilistic Descent

Luis Nunes Vicente
Université de Coimbra

Direct-search methods are a class of popular derivative-free algorithms characterized by evaluating the objective function using a step size and a number of (polling) directions. When applied to the minimization of smooth functions, the polling directions are typically taken from positive spanning sets which in turn must have at least $n + 1$ vectors in an n-dimensional variable space. In addition, to ensure the global convergence of these algorithms, the positive spanning sets used throughout the iterations must be uniformly non-degenerate in the sense of having a positive (cosine) measure bounded away from zero.
However, recent numerical results indicated that randomly generating the polling directions without imposing the positive spanning property can improve the performance of these methods, especially when the number of directions is chosen considerably less than $n + 1$.
In this talk, we analyze direct-search algorithms when the polling directions are probabilistic descent, meaning that with a certain probability at least one of them is of descent type. Such a framework enjoys almost-sure global convergence. More interestingly, we will show a global decaying rate of $1/\sqrt{k}$ for the gradient size, with overwhelmingly high probability, matching the corresponding rate for the deterministic versions of the gradient method or of direct search. Our analysis helps to understand numerical behavior and the choice of the number of polling directions.
This is joint work with Clément Royer, Serge Gratton, and Zaikun Zhang.

Convergence locale de la méthode des projections alternées

Dominikus Noll
Université de Toulouse, Institut de Mathématiques

Aude Rondepierre
Université de Toulouse, Institut de Mathématiques

La méthode des projections alternées fût introduite en 1869 par Hermann Amandus Schwarz [1]. Elle est souvent attribuée à John von Neumann, qui l'avait popularisée aux E.U. depuis les années 1950. Etant donnés deux ensembles fermés $A, B \subset \mathbb{R}^d$, la méthode cherche un point dans l'intersection $A \cap B$ en projetant en alternance sur les deux ensembles :

$$a_n \in P_A(b_{n-1}),\ b_n \in P_B(a_n), \ldots$$

Ici P_A, P_B sont les projections orthogonales (potentiellement multivoques) sur A, B. Dans cet exposé nous examinerons sous quelles conditions la suite a_n, b_n converge vers une limite $a^* \in A \cap B$.

Il est bien connu (voir [2]) que $a_n, b_n \to a^* \in A \cap B$ si A, B sont des convexes fermés avec $A \cap B \neq \emptyset$. Sans convexité, on ne s'attend qu'à des résultats de convergence locale.

En 2008, A. Lewis et J. Malick ont démontré la convergence locale R-linéaire de a_n, b_n pour le cas de deux variétés A, B de classe C^2 avec intersection transversale. Ce résultat a été généralisé à la suite dans [3, 4].

Ici nous démontrons la convergence locale de a_n, b_n sans hypothèse de transversalité pour le cas de deux ensembles A, B sous-analytiques, avec une hypothèse de regularité additionnelle modeste. Dans ce cas la vitesse de convergence est de $\mathcal{O}(k^{-\rho})$ pour un $\rho \in (0, \infty)$, voir [5], donc sous-linéaire.

Ce résultat a des conséquences pratiques. Il est par exemple possible de donner une première preuve de convergence locale du célèbre algorithme de reconstruction de phase de Gerchberg-Saxton [6] de 1972, ou de certaines variantes de l'algorithme EM [7] de 1976 pour lesquelles aucun résultat de convergence était connu.

Keywords. Projections alternées · convergence locale · ensemble sous-analytique · intersection tangentielle · Gerchberg-Saxton error correction · algorithme EM

AMS Classification. Primary: 65K10. Secondary: 90C30, 32B20, 47H04, 49J52

Références

[1] H.A. Schwarz. Gesammelte Mathematische Abhandlungen, 11, 1869, 65 – 83.

[2] H. H. Bauschke, J. M. Borwein. SIAM Review 38, 1996, 367 – 426.

[3] A.S. Lewis, D.R. Luke, J. Malick. Found. Comp. Math. 9, 2009, 485–513.

[4] H.H. Bauschke, D.R. Luke, H.M. Phan, X. Wang. Set-Valued and Var. Anal. 21, 2013, 431-473.

[5] D. Noll, A. Rondepierre. On local convergence of the method of alternating projections. arXiv:1312.5681v1 [math.OC] 19 Dec 2013

[6] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures, Optik 35, 237 (1972)

[7] A.P. Dempster, N.M. Laird, D.B. Rubin. Journal of the Royal Stat. Soc. Series B, 39(1), 1977, 1-38.

Principe du Maximum de Pontryagin pour des problèmes de contrôle optimal non linéaires définis sur time scale.

Loïc BOURDIN
Université de Limoges, France

Emmanuel TRÉLAT
Université de Paris VI, France

Mots-clefs : Principe du Maximum de Pontryagin, contrôle optimal, time scale, conditions de transversalité, principe variationnel d'Ekeland, variations aiguilles.

Dans cet exposé, je présenterai une version *forte* du Principe du Maximum de Pontryagin (PMP en abrégé) pour des problèmes de contrôle optimal non linéaires définis sur un time scale[1] général. Ce résultat est issu de [1] et fait suite à l'article [2] dans lequel était obtenue une version *faible*. Des contraintes sont imposées sur les valeurs du contrôle et sur les valeurs terminales des trajectoires (les conditions de transversalité correspondantes sont alors établies) et le temps final peut être fixé ou non. La preuve est basée sur l'étude de variations-aiguilles sur le contrôle et sur le principe variationnel d'Ekeland.

Ce résultat, accompagné de commentaires et d'exemples, montre clairement la distinction qui existe entre les points right-dense et les points right-scattered[2] du time scale. En effet, en un point right-dense, une variation-aiguille usuelle de type L^1 peut être envisagée sur le contrôle : une condition nécessaire de maximisation du Hamiltonien est alors obtenue comme dans le cas classique continu. En revanche, en un point right-scattered, ce n'est plus le cas : une variation-aiguille de type L^∞ est alors envisagée et une condition nécessaire plus faible est alors obtenue en termes de gradient négatif du Hamiltonien comme dans le cas classique discret.

Notre résultat englobe donc les versions classiques continue et discrète du PMP. De plus, étant valable sur tout time scale, il permet aussi de couvrir le cas de systèmes hybrides (définis sur des intervalles de temps mélangeant structure continue et structure discrète) ou encore le cas de systèmes contrôlés aux q-différences.

Références

[1] L. BOURDIN AND E. TRÉLAT, *Pontryagin Maximum Principle for finite dimensional nonlinear optimal control problems on time scales*, SIAM Journal on Control and Optimization, 51(5):3781–3813, 2013.

[2] R. HILSCHER AND V. ZEIDAN *Weak maximum principle and accessory problem for control problems on time scales*, Nonlinear Analysis, 70:3209-3226, 2009.

[1]Un time scale $\mathbb{T}$ est un sous-ensemble non vide et fermé de $\mathbb{R}$. Exemples : $\mathbb{R}$ et $\mathbb{Z}$.

[2]Un point right-scattered de $\mathbb{T}$ est un point isolé à droite dans $\mathbb{T}$. Au contraire, un point right-dense de $\mathbb{T}$ ne l'est pas. Par exemple, $\mathbb{R}$ est un time scale dont tous les points sont right-dense tandis que $\mathbb{Z}$ est un time scale dont tous les points sont right-scattered.

Principes d'optimalité et l'approche HJB pour le problème de Mayer sous contraintes d'état.

Cristopher HERMOSILLA
INRIA Saclay & ENSTA ParisTech, France

Mots-clefs : Commande optimale, Problème Mayer, Équations de HJB, Contraintes d'état, Ensembles stratifiés.

Dans cette exposé nous nous intéressons à la question de caractériser la Fonction Valeurs d'un problème de commande optimal sous contraintes d'état comme l'unique solution généralisé d'une equation du type Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Nous étudions des principes d'optimalité par rapport aux trajectoires du système dynamique et nous montrons diverses techniques pour caractériser la Fonction Valeur sans besoin d'imposer une des conditions de qualification qu'on trouve habituellement dans la littérature sur les champs rentrant ou sortant. Nous considérons particulièrement des contraintes d'état stratifiés et convexes.

Autour de la régression robuste

Moussa Barro
Université d'Avignon, France
Université Polytechnique de Bobo–Dioulasso, Burkina Faso

Marc Ciligot-Travain
Université d'Avignon, France

Sado Traoré
Université Polytechnique de Bobo–Dioulasso, Burkina Faso

Mots-clefs : Régression robuste, rayon de stabilité, optimisation robuste, robustesse

Dans l'approche par l'optimisation robuste de la régression robuste, on s'intéresse au problème d'optimisation suivant :

$$\text{Minimiser} \quad \sup_{[A\,y]\in\mathcal{U}} \|Ax-y\| = \sup_{[A\,y]\in\mathcal{U}} \|[A\,y](x,-1)\|, \quad x\in\mathbb{R}^n. \tag{1}$$

A et y sont des paramètres incertains dont on sait seulement qu'ils varient dans $\mathcal{U}\subset\mathcal{W}$ et l'on cherche à minimiser la distance de Ax à y dans *le pire des cas*.
Nous présentons et considérons également une approche relativement nouvelle (cf. [2] pour le concept général) de la régression robuste où l'on se donne α, $d_{\mathcal{W}}$ une métrique sur $\mathcal{W}$, $\bar{A}, \bar{y}$ une valeur nominale des paramètres incertains $\bar{A}, \bar{y}$ et où l'on s'intéresse au problème :

$$\text{Maximiser} \quad r(x,\alpha) = \sup\left\{\rho>0 \,\middle|\, \mathcal{U}_\rho := \mathbb{B}_{\mathcal{W}}([\bar{A}\,\bar{y}],\rho) \subset \left[\,\|.\,x-.\|\le\alpha\right]\right\}, \tag{2}$$

où $\mathcal{U}_\rho := \mathbb{B}_{\mathcal{W}}([\bar{A}\,\bar{y}],\rho)$ est la boule ouverte de centre $[\bar{A}\,\bar{y}]$ et de rayon ρ pour la métrique $d_{\mathcal{W}}$ et où $[\,\|.\,x-.\|\le\alpha] = \{([A\,y] \mid \|Ax-y\|\le\alpha\}$. $r(x,\alpha)$ est le *rayon de robustesse* ou *rayon de stabilité*. On peut écrire

$$r(x,\alpha) = \sup\left\{\rho>0 \,\middle|\, \sup_{[A\,y]\in\mathcal{U}_\rho} \|Ax-y\|\le\alpha\right\}. \tag{3}$$

Suivant la nature de $\mathcal{U}$ ou $\mathcal{U}_\rho$, on parle de cas *structuré* ou *non–structuré*. Une approche pour la résolution effective de (1) ou (2) est l'obtention d'une formule "explicite" de la quantité $\sup_{[A\,y]\in\mathcal{U}_{(\rho)}} \|Ax-y\|$. Cette formule a été donnée initialement, pour $\mathcal{U}$ boule euclidienne, dans [1] .
Nous proposons de montrer qu'une formule explicite est encore valable pour plusieurs normes usuelles en optimisation robuste, de considérer également un cas interessant que l'on qualifiera de semi–structuré, ce qui est nouveau, et d'en déduire la résolution effective des problèmes (1) et (2) dans ces cas. Nous donnerons une application à un problème d'antenne.

Références

[1] L. El Ghaoui and H. Lebret, *Robust solutions to least-squares problems with uncertain data*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 18-4, pp. 1035–1064, 1997.

[2] Y. Ben Haïm, *Information-gap decision theory*, Decisions under severe uncertainty. Series on Decision and Risk. Academic Press, Inc., San Diego, CA, 2001.